

Programa de Pós-graduação em Física – UFES
Exame de Seleção – 10/03/2014 (Teoria Eletromagnética)

Questão 1

- (a) (2,5) Para um campo magnético uniforme e independente do tempo, $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0$, verifique que é possível a escolha de um potencial vetorial magnético da forma $\vec{A} = \alpha \vec{r} \times \vec{B}_0$ e determine o valor da constante α .
- (b) (2,5) Escolha um segundo potencial vetorial magnético (\vec{A}') para o mesmo campo magnético $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0$, obedecendo à condição de que o novo potencial deve ser diferente do potencial \vec{A} dado acima por um termo não constante. Ou seja $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{c}(\vec{r})$, onde $\vec{c}(\vec{r})$ é um campo vetorial não constante e que deve ser escolhido.

Identidades e teoremas de cálculo vetorial:

(1) $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})$

(2) $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$

(3) $\nabla(fg) = f(\nabla g) + g(\nabla f)$

(4) $\nabla(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{A}) + (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} + (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A}$

(5) $\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \mathbf{A} \cdot (\nabla f)$

(6) $\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$

(7) $\nabla \times (f\mathbf{A}) = f(\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \times (\nabla f)$

(8) $\nabla \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B}(\nabla \cdot \mathbf{A})$

(9) $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$

(10) $\nabla \times (\nabla f) = 0$

(11) $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$

$\int_a^b (\nabla f) \cdot d\mathbf{l} = f(\mathbf{b}) - f(\mathbf{a})$

$\int (\nabla \cdot \mathbf{A}) d\tau = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{a}$

$\int (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\mathbf{a} = \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$

Programa de Pós-graduação em Física – UFES
Exame de Seleção – 10/03/2014 (Teoria Eletromagnética)

Questão 2

Resolva a questão abaixo de acordo com o a proposta enunciada e justificando claramente as passagens.

(5,0) Utilizando a Lei de Biot-Savart, encontre o campo magnético a uma distância s de um longo fio reto onde passa uma corrente I constante (Fig.01).

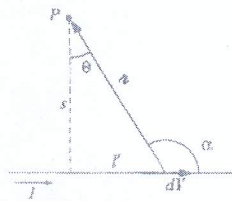


Fig.01

Programa de Pós-graduação em Física – UFES
Exame de Seleção – 10/03/2014 (Mecânica Quântica)

Questão 3

a) (2,5) Prove que

$$\frac{\partial(\psi^*\psi)}{\partial t} + \frac{i\hbar}{2m} \vec{\nabla} \cdot (\psi \vec{\nabla} \psi^* - \psi^* \vec{\nabla} \psi) = 0,$$

onde $\psi = \psi(\vec{r}, t)$ é solução da equação de Schroedinger para uma partícula de massa m .

b) (2,5) Calcule a densidade de corrente de probabilidade para a função de onda esférica

$$\varphi = \frac{e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}}{r},$$

onde $\vec{k} = k\hat{r}$ e $\vec{p} = \hbar\vec{k}$.

