

Experimento B_4 : Pêndulo de Torção

Objetivos

- Determinar a constante de torção de um fio.
- Verificar a relação entre o momento de inércia e o período de oscilação.
- Verificar a dependência do momento de inércia com a distância das massas ao eixo de rotação.

Apresentação

Neste experimento queremos medir a constante de torção k do pêndulo de torção. Em um pêndulo de torção, o torque produzido pela torção no fio é proporcional à amplitude de oscilação θ , se essa amplitude é pequena, ou seja,

$$\tau = -k\theta$$

A constante de proporcionalidade k é chamada **constante de torção** do fio e depende de suas propriedades, como comprimento, diâmetro, material. No movimento de rotação,

$$\tau = I\alpha,$$

em que α é a aceleração angular e podemos mostrar que a equação de movimento para um pêndulo de torção será dada por:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{I}\theta = 0 \quad (1)$$

em que I é o Momento de Inércia do objeto pendular em relação ao eixo de rotação.

Essa equação é semelhante à equação de movimento para o sistema massa-mola, de forma que podemos assumir que o período de oscilação do pêndulo de torção, para pequenas oscilações, será dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}} \quad (2)$$

Este experimento será dividido em duas partes: na Parte I vamos estudar o pêndulo de torção com um e dois fios paralelos e calcular a constante de restituição k ; na Parte II vamos mostrar a relação entre o momento de inércia e o período de oscilação do pêndulo de torção e verificar a dependência do Momento de Inércia com a distância das massas ao eixo de rotação.

- Momento de Inércia de uma haste delgada homogênea, de massa M e comprimento L , em relação a um eixo que passa pelo centro de massa

$$I = \frac{ML^2}{12}$$

- Momento de Inércia de um cilindro maciço e homogêneo, de massa M , comprimento L e raio R , em relação a um diâmetro central

$$I = \frac{ML^2}{12} + \frac{MR^2}{4}$$

- Momento de Inércia de um cilindro oco, de massa M , comprimento L , raios externo R e interno r , em relação a um diâmetro central

$$I = \frac{ML^2}{12} + \frac{M(R^2 + r^2)}{4}$$

Material Utilizado

- Um pêndulo de torção;
- 02 fios de alumínio;
- 02 fios de cobre;
- 02 cilindros de massas iguais.
- 01 Cronômetro;
- Balança;
- Paquímetro.

Procedimento

1. Use o pêndulo de torção, montado conforme a figura 1. Ajuste os conectores que prendem os fios de forma que eles fiquem bastante tensionados. Posicione a haste de prova perpendicular ao corpo girante central. Peça ajuda a seu monitor/professor. Neste roteiro usaremos os fios de alumínio e de cobre.

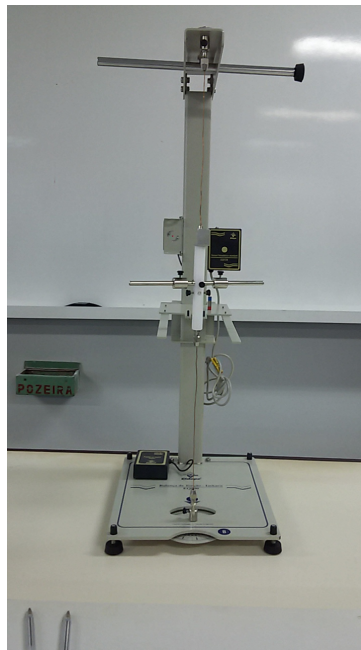


Figura 1: Montagem experimental do pêndulo de torção.

- Parte I
2. Meça o diâmetro e o comprimento dos fios de cobre e de alumínio e anote em sua folha de dados.
 3. Comece com o fio de cobre e prenda o corpo girante central usando os dois fios de cobre paralelos. Veja a figura 1. Chame seu professor/monitor caso tenha alguma dúvida.
 4. Prenda a haste de prova perpendicular ao corpo girante e movimente a escala existente na base do pêndulo de forma que os fios fiquem tensionados e que a haste de prova fique posicionada conforme a figura 1.

5. Gire a haste de prova provocando uma pequena torção no fio do pêndulo de aproximadamente 15° . Solte-o, espere que o movimento se estabilize e conte o tempo de pelo menos 10 oscilações completas. Anote os dados na Tabela 1. Repita este procedimento por 5 vezes.
6. Retire o fio que conecta o corpo girante à base do pêndulo e repita o procedimento anterior. Anote seus dados na Tabela 1.
7. Substitua o fio de cobre pelo fio de alumínio e repita todo o processo. Anote seus dados na Tabela 2.

Análise dos dados e discussão

1. Mostre a equação 1 e discuta porque podemos usar a equação 2 para calcular o período de oscilação do pêndulo.
2. Usando os dados sobre o Momento de Inércia de diferentes objetos e eixos de rotação, calcule o momento de inércia da haste de prova, I_h .
3. Com os dados das Tabela 1 e 2, calcule o período de oscilação do pêndulo em todos os casos. Calcule o período médio e sua respectiva incerteza.
4. Obtenha a constante de torção do fio de cobre e de alumínio para os dois casos, com um e dois fios. Compare os valores de k quando usamos um único fio e quando usamos os dois fios. O que você pode concluir?

• Parte II

1. Monte o pêndulo com os dois fios de cobre e ajuste-os conforme o procedimento anterior.
2. Prenda a haste de prova perpendicular ao corpo girante e movimente a escala existente na base do pêndulo de forma que os fios fiquem tencionados e que a haste de prova fique posicionada conforme a figura 1.
3. Meça a massa m dos dois cilindros ocos que serão conectados à haste de prova e anote em sua folha de dados. Essas massas serão usadas como contrapesos da haste. Meça, também, os raios interno, r_{in} , e externo, r_{ex} , e o comprimento, l dos contrapesos e anote em sua folha de dados.
4. Coloque os dois contrapesos na extremidade da haste de prova, um de cada lado e à mesma distância a do eixo de oscilação.
5. Gire a haste de prova provocando uma pequena torção no fio do pêndulo de aproximadamente 15° . Solte-o, espere que o movimento se estabilize e conte o tempo de pelo menos 10 oscilações completas. Anote os dados na Tabela 3.
6. Modifique a distância a dos contrapesos e repita o procedimento anterior. Escolha, no mínimo, 10 valores diferentes de a . Anote tudo em sua folha de dados e complete a Tabela 3.

Análise dos dados e discussão

O Momento de Inércia I da haste de prova se modifica quando incluímos os dois contrapesos. Conforme o Teorema dos Eixos Paralelos, o Momento de Inércia I será

$$I = I_h + 2I_o + 2ma^2 \quad (3)$$

em que I_h é o momento de inércia da haste de prova, I_o é o momento de inércia de cada contrapeso em relação ao eixo vertical passando por seu centro de massa, m é a massa de cada contrapeso e a é a distância do centro de massa de cada contrapeso ao eixo de oscilação.

Considerando que o período de oscilação do objeto constituído pela haste mais os contrapesos obedece à mesma equação 2, podemos obter o valor de I experimentalmente, à partir dos valores de I_h , T_h e T da forma:

$$I = I_{exp} = \left(\frac{T}{T_h}\right)^2 I_h \quad (4)$$

em que T_h é o período da haste de prova sem os contrapesos, obtido na Parte I.

1. Complete a Tabela 4 calculando o valor de T^2 , a^2 e I_{exp} e suas respectivas incertezas. Use a equação 4.
2. Faça um gráfico de I_{exp} em função de a^2 e trace a melhor curva que se ajusta a estes pontos.
3. Obtenha os coeficientes linear e angular desta curva com suas respectivas incertezas. Qual o significado físico destas grandezas?
4. Usando a equação 3, calcule o valor teórico de I em função de a^2 (não substitua o valor de a obtido experimentalmente). Lembre-se de calcular o valor de I_o usando a equação adequada, apresentada na introdução.
5. Compare os valores dos coeficientes angular e linear do I_{exp} obtido experimentalmente com os valores previstos teoricamente pela equação 3, ou seja, $(I_h + 2I_o)$ e $(2m)$, respectivamente.
6. Comente seu resultado. Caso não obtenha o resultado previsto, discuta as possíveis causas.
7. Como você explica a dependência do momento de inércia com a distância dos contrapesos ao eixo de rotação.

Referências Bibliográficas

- YOUNG, H.D.; FREEDMAN, R.A.; Sears e Zemansky Física I: Mecânica, 12.Ed., São Paulo: Addison Wesley (2008)
- Livro de Atividades Experimentais, CIDEPE
- Campos, A. A., Alves, E. S. e Speziali N. L.; Física Experimental Básica na Universidade; Editora UFMG (2007).

Experimento B_4 : Pêndulo de Torção

Folha de dados

Professor: _____ Data: ___/___/___

Alunos:

- 1 _____
- 2 _____
- 3 _____
- 4 _____

• Parte I

$M(kg) =$ _____ $\Delta M(kg) =$ _____ (massa haste de prova)
 $R(m) =$ _____ $\Delta R(m) =$ _____ (raio da haste de prova)
 $L(m) =$ _____ $\Delta L(m) =$ _____ (comprimento da haste de prova)
 $d_c(m) =$ _____ $\Delta d_c(m) =$ _____ (diâmetro do fio de cobre)
 $l_c(m) =$ _____ $\Delta l_c(m) =$ _____ (comprimento do fio de cobre)
 $d_a(m) =$ _____ $\Delta d_a(m) =$ _____ (diâmetro do fio de alumínio)
 $l_a(m) =$ _____ $\Delta l_a(m) =$ _____ (comprimento do fio de alumínio)

Tabela 1: Tempo das 10 oscilações e cálculo do período do pêndulo de torção usando a haste de prova.

	Dois fios de cobre		Um fio de cobre	
	t (s)	T (s)	t (s)	T (s)
1				
2				
3				
4				
5				
\bar{T}				

Tabela 2: Tempo das 10 oscilações e cálculo do período do pêndulo de torção usando a haste de prova.

	Dois fios de alumínio		Um fio de alumínio	
	t (s)	T (s)	t (s)	T (s)
1				
2				
3				
4				
5				
\bar{T}				

• Parte II

$m(kg) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta m(kg) = \underline{\hspace{2cm}}$ (massa do contrapeso)
 $r_{in}(m) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta r_{in}(m) = \underline{\hspace{2cm}}$ (raio interno do contrapeso)
 $r_{ex}(m) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta r_{ex}(m) = \underline{\hspace{2cm}}$ (raio externo do contrapeso)
 $l(m) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\Delta l(m) = \underline{\hspace{2cm}}$ (comprimento do contrapeso)

Tabela 3: Tempo das 10 oscilações e cálculo do período do pêndulo de torção usando a haste de prova e os contrapesos, para cada distância a .

	t (s)	T (s)	a (m)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Tabela 4: Período do pêndulo de torção usando a haste de prova e os contrapesos para cada distância a e cálculo do Momento de Inércia, I_{exp} .

	$T^2 \pm \Delta T^2$ (s^2)	$a^2 \pm \Delta a^2$ (m^2)	$I_{exp} \pm \Delta I_{exp}$ (Kgm^2)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			